Aufgabe: Neulich besuchte ich einen alten Freund, den ich schon sehr lange nicht mehr gesehen hatte. Ich war überrascht über den Lärm in seinem Haus, der von den drei Söhnen herrührte. „Wie alt sind Deine Söhne?" fragte ich ihn. „Wenn Du die drei Alter zusammenzählst, dann bekommst du 13 heraus", antwortete er. „Damit kann ich aber nicht ausrechnen, wie alt Deine Söhne sind", meinte ich vorwurfsvoll. „Aber wenn Du die drei Alter malnimmst, dann ergibt sich meine Hausnummer". Ich überlegte eine Weile, ging noch einmal raus um nachzusehen, aber kam betrübt wieder hinein. „Ich kann Dir leider immer noch nicht sagen, wie alt Deine Söhne sind." „Ah, entschuldige, ich habe vergessen Dir zu sagen, dass mein ältester Sohn Cello spielt." Ich fing an zu schmunzeln: „Dann weiß ich jetzt, wie alt Deine Kinder sind!"

Lösung: Die Alter der Kinder seien n_1, n_2, n_3. Betrachte nun die drei-elementigen Zahlpartitionen der 13. Um Fälle zu sparen, zuerst einige Eigenschaften

- Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $n_1 \leq n_2 \leq n_3$
- wenn ein Kind 0 Jahre alt wäre, dann wäre $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 = 0$. Da Hausnummern aber bei 1 anfangen, ist $n_1 \geq 1$
- wenn $n_2 > \frac{13-n_1}{2}$ wäre, dann wäre (da dann auch $n_3 > \frac{13-n_1}{2}$ ist) $\underline{n_1 + n_2 + n_3 >} n_1 + \frac{13-n_1}{2} + \frac{13-n_1}{2} = n_1 + (13 - n_1) = \underline{13}$ ↯
- wenn $n_1 > \frac{13}{3}$ wäre, dann wäre (da dann auch n_2 und $n_3 > \frac{13}{3}$ sind) $n_1 + n_2 + n_3 > \frac{13}{3} + \frac{13}{3} + \frac{13}{3} = 13$ ↯, also $n_1 \leq \lfloor 4,\overline{3} \rfloor = 4$

Die relevanten Zahlpartitionen sind also:

n_1	$n_2 \geq n_1$	$13 - n_2 - n_1 = n_3$	$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3$	
1	1	11	11	
1	2	10	20	
1	3	9	27	
1	4	8	32	
1	5	7	35	
1	6	6	36	←
2	2	9	36	←
2	3	8	48	
2	4	7	56	
2	5	6	60	
3	3	7	63	
3	4	6	72	
3	5	5	75	
4	4	5	80	

Hätten die Kinder eine Alterskombination, deren Produkt $\neq 36$ ist, dann hätte der Erzähler die letzte Information nicht gebraucht, um die Alter zu bestimmen, denn jedes andere Produkt kommt nur ein mal vor. Also ist

$$n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 9 \text{ oder } n_1 = 1, n_2 = 6, n_3 = 6$$

„Ah, entschuldige, ich habe vergessen, Dir zu sagen, dass mein ältester Sohn Cello spielt." enthält als weitere Information, dass ein eindeutiges Maximum existiert (sonst hätte er „einer meiner ältesten Söhne" gesagt) d.h. $n_3 > n_2$, womit der Fall $n_1 = 1, n_2 = 6, n_3 = 6$ ausscheidet. Also ist

$$n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 9$$

□